

欽定大清會典圖

欽定大清會典圖卷一百三十四

天文二十八算術二

八綫圖一

八綫圖二

八綫表

借弧求正餘弦圖

借弦求弧圖

平三角圖一

平三角圖二

平三角圖三

平三角圖四

平三角圖五

垂綫圖

圓徑圖一

圓徑圖二

圓徑圖三

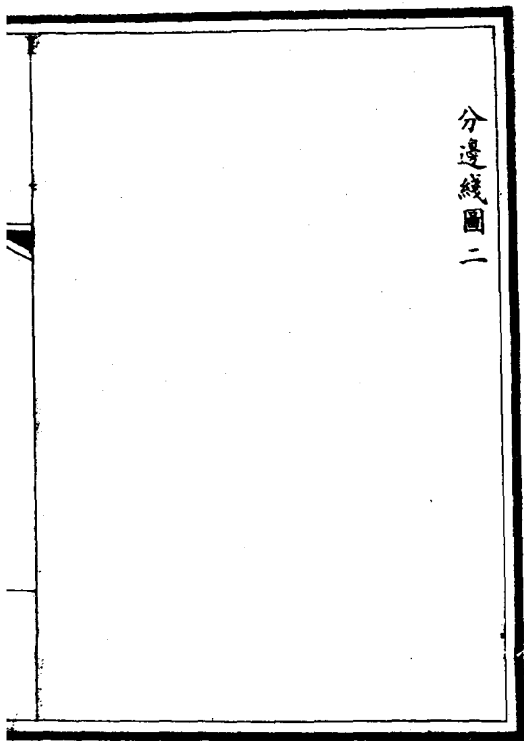
方邊圖

分角綫圖一

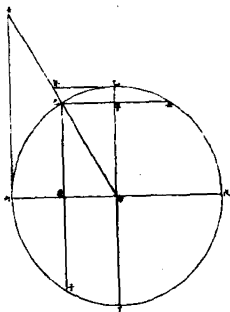
分角綫圖二

分邊綫圖一

分邊綫圖二



八綫圖一



半徑甲丙甲乙甲戊甲丁甲己

己甲丙角 己丙弧

正弦己庚甲甲 正矢丙庚 正切壬丙 正割壬甲

餘弦己庚甲甲 餘矢乙庚 餘切癸乙 餘割癸甲

己甲乙角 己乙弧

正弦己庚甲甲 正矢乙庚 正切癸乙 正割癸甲

餘弦己庚甲甲 餘矢丙庚 餘切壬丙 餘割壬甲

圓中過心之直綫為徑如乙丁如丙戊皆全
徑也○圓心適當其中如甲自甲至周如甲乙
甲丙甲丁甲戊皆為半徑○徑為直綫○圓周為
弧綫○弧綫與直綫之比例不通○徑一周三以
大數言也○尚有零數不盡○徑一則周三有餘
周三則徑一不足○周徑二者不能皆為有盡
之數○因用割圓之法○內弦外切○屢求句股為
無數多邊形○使弧綫直綫漸合為一○而圓周
始得○徑一○○○○○則周為三一四
一五九二六五三有餘○周一○○○○○

○則徑為三一八三〇九八八六有餘此周
徑定率也。而弧綫直綫不可比例。則用八綫馭
之。仍以直綫與直綫為比。而周度可得。命圓周
為三百六十度。如丙乙戊丁。每度六十分。每分
六十秒。微纖忽芒塵。皆以六十遞析。命全徑為
二千萬。如丙戊。如乙丁。半徑為一千萬。如甲丙。
如甲乙。如甲戊。如甲丁。圓周四分之一。皆九十
度。如丙乙弧。乙戊弧。戊丁弧。丁丙弧。皆為一象
限。於一象限中任取一處。如己。截一弧為兩弧。
如己丙弧為六十度。己乙弧為三十度。則每弧

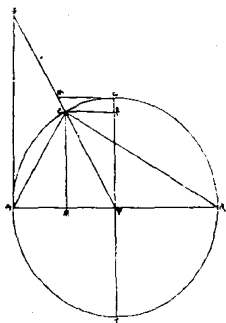
皆有八綫。己甲仍為半徑。與甲乙甲丙等也。己丙弧為己甲丙角之度。己乙弧為己甲乙角之度。其八綫在弧內與半徑平行者為弦。如己庚如己辛。切弧外與弦平行者為切。如壬丙。如癸乙。弦截半徑之餘為矢。如丙庚。如乙辛。自圓心割圓周而與切綫遇者為割。如壬甲。如癸甲。在己甲丙角則其弧己丙。其正弦己庚。正矢丙庚。正切壬丙。正割壬甲。而以己甲乙角己乙弧為餘角。餘弧餘弦己辛。餘矢乙辛。餘切癸乙。餘割癸甲。若在己甲乙角則其弧己乙。其正弦己辛。

正矢乙辛。正切癸乙。正割癸甲。而以己甲丙角
己丙弧為餘角。餘弧餘弦己庚。餘矢丙庚。餘切
壬丙。餘割壬甲。此為正則彼為餘。彼為正則此
為餘也。正矢即餘弦之餘。餘矢即正弦之餘。如
甲丙半徑內。庚甲即餘弦。其餘丙庚為正矢也。
乙甲半徑內。辛甲即正弦。其餘乙辛為餘矢也。
餘弦加半徑為大矢。如庚戊為戊己一百二十
度弧之大矢。辛丁為丁己一百五十度弧之大
矢。正弦之倍為通弦。如己子為己丙子一百二
十度弧之通弦。己丑為己乙丑六十度弧之通

弦也。鈍角之弧過象限。即以外角八綫為其八
綫。如戊甲己鈍角。其弧戊乙己一百二十度。以
減半周戊乙丙。餘丙己弧六十度。即為外角己
甲丙角之弧。己甲丙角八綫。與戊甲己鈍角同
用。惟矢。則以戊庚為大矢。直角九十度。如丙甲
乙角。其弧丙乙。適足一象限。則半徑乙甲。即其
正弦。半徑丙甲。即其正矢。而其餘諸綫俱無也。
八綫皆成同式句股形。正弦己庚為股。餘弦庚
甲為句。半徑己甲為弦。正切壬丙為股。半徑丙
甲為句。正割壬甲為弦。半徑乙甲為股。餘切癸

乙為句餘割癸甲為弦皆為同式故正餘弦可
以句股法相求弦切割可以比例相求以餘弦
庚甲為一率正弦己庚為二率半徑丙甲為三
率則得四率正切壬丙以正弦辛甲為一率餘
弦己辛為二率半徑乙甲為三率則得四率餘
切癸乙以餘弦庚甲為一率半徑丙甲為二率
半徑己甲為三率則得四率正割壬甲正切辛
甲為一率半徑乙甲為二率半徑己甲為三率
則得四率餘割癸甲此二三率皆為半徑即三
率比例也

八綫圖二



如圖丙巳通弦為句巳戊通弦為股丙戊全
徑為弦乙庚正弦為其中垂綫與戊庚大矢
丙庚正矢為連比例三率巳庚為中率戊庚
及丙庚為首末率中率巳庚正弦自乘戊庚
大矢除之則得丙庚正矢若丙庚正矢除之
則得戊庚大矢首末率相乘開平方則得中
率巳庚正弦故弦矢可相求也又八綫可以相
代為用如命半徑為一十萬用半徑乘除者真
數不變乘則升七位除則降七位而已而除難
於乘則可易除為乘而用相代法正弦與餘割

相代如一率正弦辛甲股二率半徑乙甲大股
三率餘弦己辛句四率餘切癸乙大句可以半
徑己甲弦為一率餘割癸甲大弦為二率以比
己辛句癸乙大句此易一二率之同式股為同
式弦也如一率餘割癸甲弦二率半徑己甲小
弦三率餘切癸乙句四率餘弦己辛小句可以
半徑乙甲股為一率正弦辛甲小股為二率以
比癸乙句己辛小句此易一二率之同式弦為
同式股也餘弦與正割相代如一率餘弦庚甲
句二率半徑丙甲大句三率正弦己庚股四率

正切壬丙大股。可以半徑己甲弦為一率。正割
壬甲大弦為二率。以比己庚股壬丙大股。此易
一二率之同式句為同式弦也。如一率正割壬
甲弦。二率半徑己甲小弦。三率正切壬丙股。四
率正弦己庚小股。可以半徑丙甲句為一率。餘
弦庚甲小句為二率。以比壬丙股己庚小股。此
易一二率之同式弦為同式句也。正切與餘切
相代。如一率正切壬丙股。二率半徑丙甲句。三
率正弦辛甲小股。四率餘弦己辛小句。可以半
徑乙甲股為一率。餘切癸乙句為二率。以比己

庚小股己辛小句。又如一率餘切癸乙句。二率半徑乙甲股。三率餘弦己辛小句。四率正弦辛甲小股。可以半徑丙甲句為一率。正切壬丙股為二率。以比己辛小句辛甲小股。此一二率皆以同式句股易同式句股也。一象限中逐度分秒皆有八綫求之之法。用六宗三要二簡諸法。屢次遞求。得每度每分每十秒之正弦。以求各餘弦。正切餘切。正割餘割之數。以列表。為八綫表。一象限九十度。取其半四十五度。列之。四十五度以後。即將四十五度以前逆數。而得。凡六

葉一度。每葉縱分六格。一正弦。二正切。三正割。四餘弦。五餘切。六餘割。正餘弦切割之名。標於上。四十五度後逆數者。正為餘。餘為正。標其名於下。每格皆橫分十層。每層為一分。每一層中又分六層。每層為十秒。其度分秒標於左右。自初度至四十四度。列於右方之上。其分秒順列右行。由上而下。自四十五度至八十九度。列於左方之下。其分秒逆列左行。由下而上。其每綫之數。則於每格每層中。由左而右。橫列之。檢表之法。有度分秒查綫者。視對度分秒某層之綫。

有綫查度分秒者。視對綫某層之度分秒。其所
列者。越十秒而一綫。若查十秒中之零秒。則用
中比例。如檢一度三分一十三秒之正弦。則以
一度三分一十秒與一度三分二十秒相減。餘
十秒為一率。一度三分一十秒之正弦與一度
三分二十秒之正弦相減。餘為二率。三秒為三
率。得四率。以加一度三分一十秒之正弦。即為
一度三分一十三秒之正弦。表中不列正餘矢
者。正矢餘矢。可以正餘弦減半徑而得。半徑減
餘弦得正矢。減正弦得餘矢。則數已寓也。全表

四十五度之正餘弦切割各一萬六千二百綫。計凡九萬七千二百綫。茲不備列。舉每度之正餘弦切割為一表。以見其概。

八絃表

割	正	切	正	弦	正	度
						初
						一
						二
						三
						四
						五
						六
						七
						八
						九
						一〇
						一一
						一二
						一三
						一四
						一五
						一六
						一七
						一八
						一九
						二〇
						二一
						二二
						二三
						二四
						二五
						二六
						二七
						二八
						二九
						三〇
						三一
						三二
						三三
						三四
						三五
						三六
						三七
						三八
						三九
						四〇
						四一
						四二
						四三
						四四
						四五
						四六
						四七
						四八
						四九
						五〇
						五一
						五二
						五三
						五四
						五五
						五六
						五七
						五八
						五九
						六〇
						六一
						六二
						六三
						六四
						六五
						六六
						六七
						六八
						六九
						七〇
						七一
						七二
						七三
						七四
						七五
						七六
						七七
						七八
						七九
						八〇
						八一
						八二
						八三
						八四
						八五
						八六
						八七
						八八
						八九
						九〇
						九一
						九二
						九三
						九四
						九五
						九六
						九七
						九八
						九九
						一〇〇
割	餘	切	餘	弦	餘	

度	割餘	切餘	弦餘
九〇			一〇〇〇〇〇〇〇〇
八八	五二二二	五二二二	九九九九九九九九
八六	二六二二	二六二二	九九九九九九九九
八四	〇〇二二	〇〇二二	九九九九九九九九
八二	二六二二	二六二二	九九九九九九九九
八〇	五二二二	五二二二	九九九九九九九九
七八	八八二二	八八二二	九九九九九九九九
七六	一二二二	一二二二	九九九九九九九九
七四	一六二二	一六二二	九九九九九九九九
七二	二〇二二	二〇二二	九九九九九九九九
七〇	二四二二	二四二二	九九九九九九九九
六八	二八二二	二八二二	九九九九九九九九
六六	三二二二	三二二二	九九九九九九九九
六四	三六二二	三六二二	九九九九九九九九
六二	四〇二二	四〇二二	九九九九九九九九
六〇	四四二二	四四二二	九九九九九九九九
五八	四八二二	四八二二	九九九九九九九九
五六	五二二二	五二二二	九九九九九九九九
五四	五六二二	五六二二	九九九九九九九九
五二	六〇二二	六〇二二	九九九九九九九九
五〇	六四二二	六四二二	九九九九九九九九
四八	六八二二	六八二二	九九九九九九九九
四六	七二二二	七二二二	九九九九九九九九
四四	七六二二	七六二二	九九九九九九九九
四二	八〇二二	八〇二二	九九九九九九九九
四〇	八四二二	八四二二	九九九九九九九九
三八	八八二二	八八二二	九九九九九九九九
三六	九二二二	九二二二	九九九九九九九九
三四	九六二二	九六二二	九九九九九九九九
三二	一〇〇二二	一〇〇二二	九九九九九九九九
三〇	一〇四二二	一〇四二二	九九九九九九九九
二八	一〇八二二	一〇八二二	九九九九九九九九
二六	一一二二二	一一二二二	九九九九九九九九
二四	一一六二二	一一六二二	九九九九九九九九
二二	一二〇二二	一二〇二二	九九九九九九九九
二〇	一二四二二	一二四二二	九九九九九九九九
一八	一二八二二	一二八二二	九九九九九九九九
一六	一三二二二	一三二二二	九九九九九九九九
一四	一三六二二	一三六二二	九九九九九九九九
一二	一四〇二二	一四〇二二	九九九九九九九九
一〇	一四四二二	一四四二二	九九九九九九九九
〇八	一四八二二	一四八二二	九九九九九九九九
〇六	一五二二二	一五二二二	九九九九九九九九
〇四	一五六二二	一五六二二	九九九九九九九九
〇二	一六〇二二	一六〇二二	九九九九九九九九
〇〇	一六四二二	一六四二二	九九九九九九九九
	割正	切正	弦正

此以一千萬為半徑者也。如用一百萬為半徑。則諸綫皆截尾一位。用一十萬為半徑。則諸綫皆截尾二位。半徑減正餘弦而得餘矢正矢。當於尾位減一數。以彼此尚有零數故也。凡檢表必列全表而檢之。以表中八綫不可以一時求也。而有求八綫之捷法。任舉一弧。可以求弦矢。任舉一弦一矢。可以求弧。法以弧度分秒化作本數用之。以全徑二千億取數當於尾後多取四位以備截零。故以二千億為全徑。之半周一百八十度。弧本數三一四一五九二六五三五八。用十八除

之為十度弧本數一七四五三二九二五一九。

又十除之為一度弧本數一七四五三二九二

五一。又六除之為十分弧本數二九〇八八八

二〇八。又十除之為一分弧本數二九〇八八

八二〇。又六除之為十秒弧本數四八四八一

三六。此十秒弧本數。截尾四位為四八四。而表

之小餘八而進一分於尾位為五者也。試觀表中

自十秒至十一分十秒之正弦皆與正切同數。

則內弦外切已合為一。而與弧本數同矣。是即

可以遞因而求正弦。試以十秒正弦四八五。用

二因之為二十秒正弦九七〇。用三因之為三

十秒正弦則一四五五。用四因之為四十五秒正

弦則一九四〇。是皆過於表中正弦一九三五四

及一九三九之數。若以四十分秒正弦一九三九

折半為二十秒正弦。當是九六九。又折半為一
十秒正弦。當是四八四。是正與弧本數合。可知
表中一十秒二十秒之正。又十除之。為一秒弧
弦。皆於尾位進一者也。

本數四八四八一三。所設弧若干度分秒各取
其數。相因相加。為弧本數。

弧求正弦。以弧本數為第一條。以半徑為連比
例。第一率。弧本數為第二率。二率自乘。一率除
之。得第三率。以第一條三率乘之。一率除之。得
第四率。二除之。三除之。為第二條。以第二條三
率乘之。一率除之。得第六率。四除之。五除之。為
第三條。以第三條三率乘之。一率除之。得第八

率六除之。七除之。為第四條。以後例推。除至單位下而止。第一條第三條相併。第二條第四條相併。兩數相減。餘即正弦。

弧求正矢。以半徑為連比例第一率。弧本數為第二率。二率自乘。一率除之。得第三率。二除之。為第一條。以第一條三率乘之。一率除之。得第五率。三除之。四除之。為第二條。以第二條三率乘之。一率除之。得第七率。五除之。六除之。為第三條。以第三條三率乘之。一率除之。得第九率。七除之。八除之。為第四條。以後例推。除至單位。

下而止。第一條第三條相併。第二條第四條相併。兩數相減。餘即正矢。

正弦求弧。以正弦為第一條。以半徑為連比例。第一率。正弦為第二率。二率自乘。一率除之。得第三率。以第一條三率乘之。一率除之。得第四率。二除之。三除之。為第二條。以第二條三率乘之。一率除之。得第六率。九乘之。四除之。五除之。為第三條。以第三條三率乘之。一率除之。得第八率。二十五乘之。六除之。七除之。為第四條。以第四條三率乘之。一率除之。得第十率。四十九

乘之。八除之。九除之。為第五條。以第五條三率乘之。一率除之。得第十二率。八十一乘之。十除之。十一除之。為第六條。以後例推。除至單位下。而止。以諸條相併。即弧本數。以每度分秒之本數收之。得度分秒。

正矢求弧。以正矢倍之為第一條。以半徑為連比例。第一率倍正矢為第三率。三率自乘。一率除之。得第五率。三除之。四除之。為第二條。以第二條四乘之。三率乘之。一率除之。得第七率。五除之。六除之。為第三條。以第三條九乘之。三率

乘之。一率除之。得第九率。七除之。八除之。為第
四條。以第四條十六乘之。三率乘之。一率除之。
得第十一率。九除之。十除之。為第五條。以第五
條二十五乘之。三率乘之。一率除之。得第十三
率。十一除之。十二除之。為第六條。以後例推除
至單位下而止。以諸條相併。又為連比例。第三
率以與第一率半徑相乘。開平方得第二率。即
弧本數。

通弧求通弦法。如弧求正弦。通弧求矢法。如弧
求正矢。通弦求通弧法。如正弦求弧。皆以連比

例第三率四除之。以為每次所用之第三率。

正矢求通弧。以正矢八乘之。為第一條。以半徑為連比例第一率。八乘正矢為第三率。四除之。以為每次所用之第三率。餘與正矢求弧之法同。

圓徑求周。以全徑

半徑即六十度弧之通弦也。徑為六十度弧通弦者二也。

三因之。

為六十度弧通弦者六。

為第一條。以第一條四除

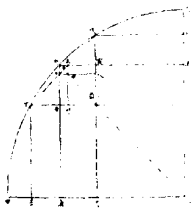
之。又二除之。三除之。為第二條。以第二條九乘之。四除之。又四除之。五除之。為第三條。以第三條二十五乘之。四除之。又六除之。七除之。為第

四條以第四條四十九乘之。四除之。又八除之。
九除之。為第五條。以第五條八十一乘之。四除
之。又十除之。十一除之。為第六條。以後例推除
至單位下而止。若以一千萬為全徑。則至十一
條併十一條數得三一四一五九二六。即圓周
此合六通弦以求六通弧也。其不用連比例者。
六十度通弦與半徑等。則每率皆等。無庸比例
也。每條多一四除之者。既不用連比例。則第三
率之用四除。以為每次第三率者。分用於每條
中也。蓋求通弦通弧之於第三率。先用四除。原

即每條各用之四除總用之於第三率也。

以上諸法無論弧之大小按法求之皆得真數。若弧過六十度者可以餘弧求得餘弦乃用句股法求得正弦。若弧在三十度以外至六十度者求之條數漸多尚苦其繁則又有借弧借弦之法。

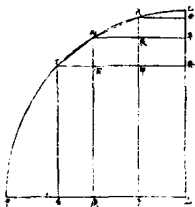
借弧求正餘弦圖



視本弧過三十度至六十度內者借四十五
度弧如甲丙與本弧甲丁或甲戊相減餘為
較弧如丁丙或丙戊較弧祇在十五度內如
法求得較弧正弦如丁戊如戊戌皆即酉戌
正矢如丙戌乃以半徑丙己為一率借弧弦
如丙庚或丙辛為二率較弧弦矢相加如丙
酉或相減如申酉為三率得四率為弦較如
丙丑如丙寅或如申卯如甲辰與卯酉丁丑
辰酉戊寅俱等以丙丑與借弧弦相減如丁
壬同戊癸以申卯即戊寅與借弧弦相加如

戊亥同丁子即皆得本弧之正餘弦所用三率
本弧小於借弧求正弦則加成丙酉求餘弦則
減餘申酉本弧大於借弧求正弦則減餘申酉
求餘弦則加成丙酉所得四率本弧小於借弧
求正弦則減餘丑庚求餘弦則加成丁子本弧
大於借弧求正弦則加成戊亥求餘弦則減餘
寅辛

借弦求弧圖



如圖。正弦若過半徑十分之三至十分之六。借三十度正弦五〇〇〇〇〇〇〇〇餘弦八六六〇二五四用之。若過半徑十分之六至十分之八。借四十五度正弦餘弦皆七〇七〇六八用之。若過半徑十分之八至十分之九。借六十度正弦八六六〇二五四餘弦五〇〇〇〇〇〇〇用之。先以本弧正弦求得本弧餘弦。次以本弧正弦與借弧正弦相減。餘為正弦較。如丙寅或戊辰。皆為股。以本弧餘弦與借弧餘弦相減。餘為餘弦較。如寅丁或辰丙。皆

為句。求得弦。如丙丁。或丙戊。為較弧通弦。如法求得較弧。如丙丁。或丙戊。弧與借弧相加減。得本弧。本弧正弦。大於借弧正弦。則兩弧相加。本弧正弦。小於借弧正弦。則兩弧相減。

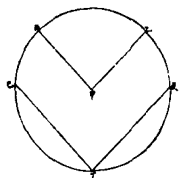
平三角圖一 平三角圖二 平三角圖三



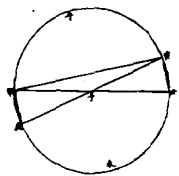
平面之三角形為平三角。三角三邊相對三邊皆直綫。三角皆以弧度計。凡角適足九十度者為直角。不及九十度者為銳角。過於九十度者為鈍角。有直角三角形如第一圖。丙甲乙即句股形。甲為直角九十度。乙丙二角俱不及九十度為銳角。有銳角三角形如第二圖。丁戊己形。三角俱不及九十度為銳角。有鈍角三角形如第三圖。壬庚辛形。庚角過於九十度為鈍角。其餘辛角壬角皆不及九十度為銳角。凡角以三字命之者皆以中一

字為主。如稱丙甲乙角。則以甲直角為主。稱丁
戊己角。則以戊銳角為主。稱壬庚辛角。則以庚
鈍角為主。

平三角圖四



平三角圖五

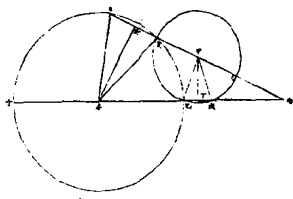


凡角立於圓心如甲則所當之圓周為其弧如第四圖丙乙弧九十度即甲直角之弧若立於圓界如丁則其弧必倍於心角如己丙乙戊弧丁角與甲角同大而已丙乙戊弧則為一百八十度倍於丙乙九十度矣故角必立於圓心其弧乃為真度凡角有交角即對角有外角即並角如第五圖於卯丑綫作辰寅交綫則成銳鈍四角寅子丑卯子辰兩銳角相對是為交角子銳角與子銳角之度必相等也寅子卯丑子辰兩鈍角相對是為交

角子鈍角與子鈍角之度必相等也。若二角竝立於一綫之上。則一為本角。一為外角。寅子丑銳角。與寅子卯鈍角。二角相竝。同立於卯丑綫。則寅子丑角。為寅子卯角之外角。寅子卯角。為寅子丑角之外角。凡平三角。無論銳鈍三角。相併皆一百八十度。如寅子丑銳角形。子為心角。其度為寅丑弧。寅為界角。其度為丑辰弧之半。丑未弧。丑為界角。其度為寅卯弧之半。寅午弧。丑辰弧與寅卯弧等。則寅卯弧之半。午卯弧。亦必與丑未弧等。即為寅角度。合寅丑二角之度。

即寅午卯弧併子角度寅丑弧共為丑卯半周
一百八十度。寅午卯弧即子外角之度也。子鈍
角與子銳角相併亦為半周一百八十度。故凡
平三角有一角則其外角即為餘二角之共度。
若知二角則併二角度以減半周一百八十度。
餘即又一角度也。

垂綫圖

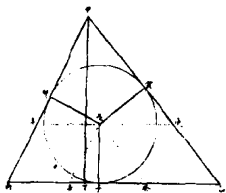


三角形之垂綫。銳角形則為中垂綫。鈍角形則為外垂綫。如甲乙丙銳角形則甲丁垂綫垂於形內。甲戊丙鈍角形則甲丁垂綫垂於形外。求之者皆以對甲角之邊為底。甲角旁兩邊為兩腰。垂綫所截之底為分底。如丁丙如丁乙。銳角形求中垂綫以底乙丙為分底。和為一率。兩腰和甲丙及甲乙即丙庚為二率。兩腰較丙己為三率。求得四率為分底較丙戊。以減全底乙丙餘戊乙半之為分底丁乙。以為句。小腰甲乙為弦。求得股甲丁即中垂綫。鈍角

形求外垂綫。以底丙戊為分底較。為一率。兩腰較丙己。為二率。兩腰和甲丙及甲戊。即丙庚。為三率。求得四率。為分底和乙丙。內減底丙戊。餘戊乙。半之。丁戊以為句。小腰甲戊為弦。求得股甲丁。即外垂綫。此所用四率。以底比腰。同於以腰比底。似為轉比例。其實仍為相當比例。試引丙乙綫至辛。引丙甲綫至壬。作壬辛綫。又作辛庚辛癸二綫。則辛壬丙銳角形。與甲乙丙銳角形同式。辛庚丙鈍角形。與甲戊丙鈍角形同式。大三角形丙壬為分底和。丙辛及辛壬為兩腰。

和。即丙子。原三角形之分底和乙丙。即大三角
形之兩腰較也。原三角形之兩腰和丙庚。即大
三角形之分底較也。是銳角形之以丙乙丙庚
比丙己丙戊。仍為以大較比小較也。鈍角形之
以丙戊丙己比丙庚丙乙。仍為以小較比大較
也。則仍相當比例也。

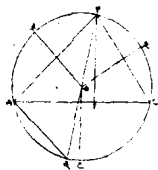
圓徑圖一



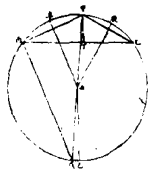
甲乙丙銳角三角形。戊為圓心。戊卯。戊子。戊寅。皆為內容圓之半徑。先以兩腰甲乙甲丙底邊乙丙。求得中垂綫甲丁。乃以甲乙甲丙乙丙三邊相加為一率。中垂綫甲丁為二率。底邊乙丙為三率。求得四率。內容圓半徑戊子。倍之。即得內容圓徑。試與乙丙平行作庚辛。過心綫。又自戊與兩腰平行作戊癸。戊壬。二綫。則戊壬等壬丙。戊癸等癸乙。戊癸壬形之三邊和。等於底邊乙丙。用戊癸壬甲乙丙同式三角形。以甲乙丙形之三邊和。與甲丁之比。

同於戊癸壬形之三邊和。乙卯兩邊與戊子之比
而得內容圓半徑戊子倍之。即圓徑也。求鈍角
形內容圓法與此同。

圖徑圖二



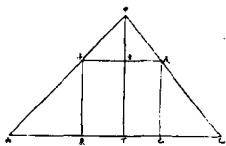
圖徑圖三



如甲乙丙三角形。銳角形。外切圓心壬。在形內。如第二圖。鈍角形。外切圓心壬。在形外。如第三圖。壬辛壬己壬庚皆為外切圓半徑。求法。先以兩腰甲乙甲丙底邊乙丙求得中垂綫甲丁。即作為一率。小腰甲乙為二率。大腰甲丙為三率。求得四率。即外切圓徑。試自甲至對界作甲戊綫。即外切圓徑。又自丙至戊作丙戊綫。則甲丙戊三角形之丙角。立於圓界之一半。必為直角。與甲丁所分甲乙丁三角形之丁角等。而戊角與乙角。皆對甲丙弧。其

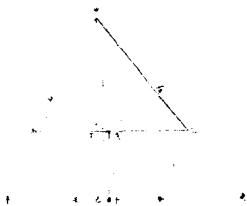
度又等。故甲丙戊。甲丁乙。為同式三角形。以甲
丁與甲乙之比。同於甲丙與甲戊之比。而得外
切圓徑。

方邊圖

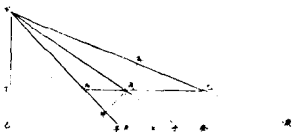


如圖甲乙丙銳角三角形戊己庚辛為內容止
方形先以兩腰甲乙甲丙底邊乙丙求得中垂
綫甲丁乃以底邊乙丙與中垂綫甲丁相加為
一率底邊乙丙為二率中垂綫甲丁為三率求
得四率內容方邊戊辛蓋甲乙丙甲戊辛為同
式三角形可用為相當比例以甲乙丙形之甲
丁乙丙和與乙丙之比同於甲戊辛形之甲壬
戊辛和即甲丁與戊辛之比至鈍角形求內容方
邊與銳角形同

分角綫圖一



分角綫圖二



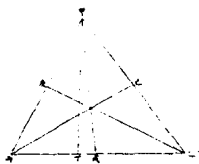
如圖甲乙丙三角形大腰甲乙小腰甲丙底
邊乙丙求甲角分角綫甲戊先按三邊求垂
綫法如第一圖銳角形求得形內垂綫甲丁
第二圖鈍角形求得形外垂綫甲丁並皆求
得大分底乙丁小分底丙丁以兩腰相加即
甲乙甲丙和為一率垂綫甲丁為二率大腰
小腰底邊三數相加即甲乙甲丙乙丙和為
三率求得四率大垂綫甲己內減甲丁得丁
己等於戊丑又以甲丁為一率甲乙為二率戊
丑為三率求得四率戊癸等於乙戊以乙丁

減乙戊。餘丁戊。或以甲丁為一率。甲丙為二率。戊丑為三率。得四率。戊壬等於戊丙。銳角形。以戊丙內減丙丁。鈍角形。以戊丙加丙丁。皆得丁戊。乃以丁戊甲丁各自乘。相加。開平方。即得甲角分角綫甲戊。試自甲戊分角綫戊點作甲乙甲丙二邊垂綫戊寅戊卯。二綫必等。次自戊點作乙丙邊垂綫戊丑。令與戊寅或戊卯等。即將甲乙甲丙各引長至庚。至辛。隨作與乙丙邊平行之辛庚綫。鈍角形。須將乙丙邊引長至丁。庚辛綫引長至己。成甲庚辛形。並將甲丁引長至

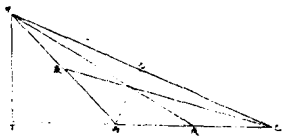
己甲戊引長至子。乃自戊與甲辛平行作戊壬
綫必等丙戊。與甲庚平行作戊癸綫必等乙戊。
則乙丙底邊必等戊癸壬形之兩腰和亦等丙
辛乙庚和。而甲乙甲丙乙丙三邊和必等甲庚
辛形之甲庚甲辛兩腰和。用甲乙丙甲庚辛同
式三角形以甲乙甲丙和與甲丁之比同於甲
庚甲辛和。即甲乙丙和與甲己之比。以甲己內減
甲丁餘丁己必等戊丑。次用戊癸壬甲乙丙同
式三角形以甲丁與甲乙之比同於戊丑與戊
癸之比。而戊癸原等乙戊。以乙丁減之餘丁戊。

或以甲丁與甲丙之比同於戊丑與戊壬之比
銳角形以戊壬相等之丙戊內減丙丁鈍角形
以丙戊加丙丁均得丁戊用甲丁戊形以丁戊
甲丁為句股求得弦甲戊即所求甲角分角綫
也至求乙角丙角之分角綫法與此同但以所
求分角綫所抵之邊為底邊

分邊綫圖一



分邊綫圖二



如圖甲乙丙三角形大腰甲乙小腰甲丙底
邊乙丙求平分底邊之甲戊綫先按三邊求
垂綫法如第一圖銳角形求得形內垂綫甲
丁第二圖鈍角形求得形外垂綫甲丁並皆
求得大分底乙丁小分底丙丁銳角形以乙
丁內減半底邊乙戊餘丁戊或半底邊丙戊
內減丙丁亦餘丁戊鈍角形以乙丁內減半
底邊乙戊餘丁戊或半底邊丙戊加丙丁亦
得丁戊乃以丁戊甲丁各自乘相加開平方
得分底邊之綫甲戊也至求平分甲乙邊之丙

己及平分甲丙邊之乙庚法均與此同但各以
分邊綫所抵之邊為底邊

欽定大清會典圖卷一百三十五

天文二十九 算術三

直角形圖

邊較邊和求角圖一

邊較邊和求角圖二

銳角形圖一

銳角形圖二

銳角形圖三

鈍角形圖

三邊求角圖一

三邊求角圖二

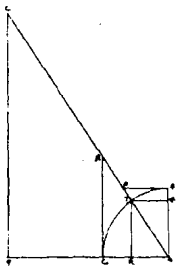
邊較求角圖一

邊較求角圖二

邊和求角圖一

邊和求角圖二

直角形圖



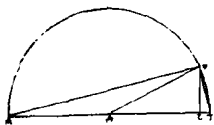
凡三角形邊角相求。皆知其三可求其三。角與邊皆相對。求之之法。必審所求。對所知對所求。以為比例。直角形並不必用是法也。凡半徑。皆可作直角正弦用。以角求邊者。皆以半徑為一率。丙甲乙直角三角形。甲為直角九十度。如知丙角度。乙丙邊。而求乙甲邊。則甲直角。正弦即半徑。丁丙為一率。丙角。正弦。丁戊為二率。乙丙邊為三率。得四率。即乙甲邊。若求甲丙邊。則半徑。丁丙為一率。丙角餘弦。戊丙為二率。乙丙邊為三率。得四率。即甲丙

邊如知丙角度乙甲邊而求乙丙邊則半徑丙
辛為一率丙角餘割丙壬為二率乙甲邊為三
率得四率即乙丙邊若求甲丙邊則半徑丙辛
為一率丙角餘切辛壬為二率乙甲邊為三率
得四率即甲丙邊如知丙角度甲丙邊而求乙
丙邊則半徑乙丙為一率丙角正割庚丙為二
率甲丙邊為三率得四率即乙丙邊若求乙甲
邊則半徑乙丙為一率丙角正切庚己為二率
甲丙邊為三率得四率即乙甲邊如知乙角度
而三邊互求法皆做此以邊求角者皆以半徑

為三率。如知乙甲邊、甲丙邊、而求丙角、乙角、則
甲丙邊為一率、乙甲邊為二率、半徑己丙為三
率、得四率庚己、即丙角正切、乙角餘切。如知乙
甲邊、乙丙邊、而求丙角、乙角、則乙丙邊為一率、
乙甲邊為二率、半徑丁丙為三率、得四率丁戊、
即丙角正切、乙角餘弦。如知甲丙邊、乙丙邊、而
求丙角、乙角、則甲丙邊為一率、乙丙邊為二率、
半徑己丙為三率、得四率庚丙、即丙角正割、乙
角餘割。皆檢表而得角度。此皆以同式之句股
弦為比例也。以角求角者、相減而得。如知丙角、

求乙角則以丙角度減一象限九十度餘即乙角。蓋甲角既為直角則丙乙二角必共為九十度也。故於九十度中減丙角餘即乙角。如知三邊而不知甲為直角則以甲丙邊為一率乙甲乙丙兩邊和為二率兩邊較為三率四率仍得甲丙邊即知甲為直角。此即三角形求分底邊之理。因甲為直角則乙甲邊即垂綫無分底即無分底較。故四率仍得甲丙也。

邊較邊和求角圖一



甲乙丙直角三角形。知甲乙邊及甲丙乙丙兩邊較。求甲角丙角。以甲丙為半徑作戊甲丁半圓。乙丁即甲丙乙丙兩邊較。用甲乙丁形。設以甲乙為半徑。則乙丁為乙甲丁角正切。以甲乙邊為一率。乙丁邊較為二率。半徑為三率。求得四率。乙甲丁角。甲等乙角。戊正切檢表得度。倍之。即得乙丙甲角。以減九十度。得乙甲丙角。如知甲乙邊及甲丙乙丙兩邊和。求甲角丙角。則用甲乙戊形。設以甲乙為半徑。則乙戊即乙戊甲角。甲等乙角。甲餘切。以甲乙邊為一率。乙戊。乙即甲丙

邊和為二率。半徑為三率。求得四率。乙戌甲角
餘切。檢表得乙戌甲角。倍之。得乙丙甲角。以減
九十度。得乙甲丙角。

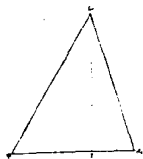
邊較邊和求角圖二



甲乙丙直角三角形。知甲乙邊及甲丙乙丙兩邊較乙丁。求甲角乙角。將丙乙邊引長至丁。令丙丁與甲丙等。作甲丁綫。成甲丁乙三角形。用對邊對角法。以甲乙邊為一率。乙丁邊較為二率。丁角正弦即半直角四十五度為三率。求得四率為甲角正弦。檢表得乙甲丁角為半較角。與丁甲丙角半直角等丙角相減。得乙甲丙角。相加得甲乙丙角。如知甲乙邊及甲丙乙丙兩邊和。求甲角乙角。將乙丙邊引長至戊。令丙戊與甲丙等。作甲戊綫。成甲乙戊三角形。用對邊對角法。

以甲乙邊為一率。乙戊邊和為二率。戊角正弦。
即半直角四為三率。求得四率。為甲角正弦。檢
十五度正。弦。表。得乙甲丁角為半較角。與丁甲丙角半直
角相減。得乙甲丙角。相加得甲乙丙角。

銳角形圖一



一率

丁直角正弦

一率

甲角正弦

二率

丙角正弦

二率

丁直角正弦

三率

乙丙邊

三率

乙丁中垂綫

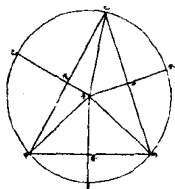
四率

乙丁中垂綫

四率

甲乙邊

銳角形圖二



銳角三角形。甲乙丙三角俱銳。邊角相求。則審所知所求。以對所知。比所知同於以對所求。比所求也。如知乙角丙角。乙丙邊。求甲乙邊。以乙丙二角相併於半周一百八十度內減之。餘即甲角。是為對所知之角。以其正弦為一率。對所求之角丙角。正弦為二率。所知乙丙邊為三率。得四率。即甲乙邊。此非直角形。正弦與邊似非同式。而比例可通者。蓋暗用中垂綫分為兩直角形。合兩次比例為一次比例也。如第一圖。試作乙丁垂綫。則成乙丁

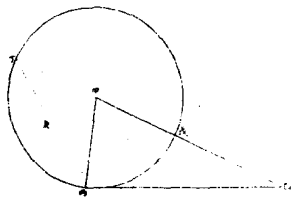
丙。乙。丁。甲。兩句股形。次第求之。第一次。以丁
直角。正弦為一率。丙角。正弦為二率。乙丙邊為
三率。得四率。為乙丁中垂綫。第二次。以甲角。正
弦為一率。丁直角。正弦為二率。乙丁中垂綫。為
三率。得四率。為甲乙邊。此皆直角形邊角相當
之理也。而合兩次用之。一二率內。丁直角。正弦
同。則可省。三四率內。乙丁中垂綫。同。則可省。是
徑以甲角。正弦為一率。丙角。正弦為二率。乙丙
邊為三率。而四率。徑得甲乙邊矣。若求甲丙邊。
則以對所知甲角。正弦為一率。對所求乙角。正

弦為二率所知乙丙邊為三率得四率甲丙邊
其理同也又三角正弦與三邊原有相當之理
如第二圖試切三角作圓周則每界角各對一
弧自角作甲子乙子丙子三綫會於圓心子自
心子作子癸子辛子己各垂綫將每角所對弧
平分一半各成兩心角每一心角與相當各界
角之度等則乙壬為乙子壬角正弦丙壬為丙
子壬角正弦皆即為甲角正弦丙庚為丙子庚
角正弦甲庚為甲子庚角正弦皆即為乙角正
弦甲戊為甲子戊角正弦乙戊為乙子戊角正

弦皆即為丙角正弦以正弦比正弦是以半邊
比半邊即同於以全邊比全邊而為相當比例
也如知乙角甲乙邊甲丙邊求丙角乙丙邊則
先求丙角以對所知甲丙邊為一率對所求甲
乙邊為二率所知乙角正弦為三率得四率即
丙角正弦檢表得丙角度以減半周餘為甲角
度次求乙丙邊以對所知乙角正弦為一率對
所求甲角正弦為二率所知甲丙邊為三率得
四率即乙丙邊凡有邊角相對者皆以是法求
之凡角求邊而一率用正弦非直角之正弦即

半徑者皆可以其角之餘割代之以與二率相
乘以為二率而仍以半徑為一率是即八綫代
用易除為乘之法若一率為餘弦或切綫割綫
亦可以代用之綫易入二率而以半徑為一率

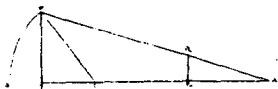
銳角形圖三



如甲乙丙銳角形。知甲角。甲乙邊。甲丙邊。求乙角丙角。此所知之角。在所知兩邊之間角。無所對之邊。邊無所對之角者。則用切綫分。外角法。以甲乙甲丙兩邊和為一率。兩邊較為二率。甲角減半周一百八十度餘為甲外角。半之為半外角。以其正切為三率。得四率。為半較角正切。檢表得度。以減半外角餘乙角。若以加半外角得丙角。甲乙甲丙兩邊和如丁乙。兩邊較如戊乙。甲外角如丁甲丙角。半外角如丁甲庚角。與甲乙半角等。甲戊丙及甲

丙戊二角為乙丙二角相和折半之度皆與半
外角等其正切如丁辛半較角如戊丙乙角與
丙乙辛角等其正切為丙辛兩邊和丁乙比兩
邊較戊乙同於半外角正切丁辛比半較角正
切丙辛也既得半較角丙乙辛角於甲乙辛半
外角內減之則餘甲乙丙角以半較角戊丙乙
角加甲丙戊半外角則成甲丙乙角

鈍角形圖

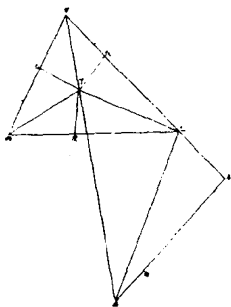


鈍用三角形。一角鈍。餘二角俱銳。如甲乙丙形。邊角相求。以對所知。比所知。以對所求。比所求。皆與銳角形同法。鈍角八綫。即係外角八綫。以鈍角度減半。周一百八十度。餘而比為外角度。其八綫與鈍角同用。

例可通者。試就乙丙二角言之。如知乙鈍角丙銳角。甲丙邊。而求甲乙邊。則乙鈍角外角為甲乙庚角。其正弦即鈍角外垂綫為甲丁。若依甲乙邊截甲丙邊於戊。則戊丙即甲乙。而戊己為丙角正弦。一率對所知乙角正弦甲丁。二率對所求丙角正弦戊己。三率所知甲丙邊。

甲丙邊二率對所求甲乙邊三率所知乙角正
弦得四率為所求丙角正弦檢表得丙角以與
乙角相併減半周餘即甲角。

三邊求角圖二



一率 股 甲辛 壬辛

二率 句 壬辛 乙辛

三率 股 甲戌 乙戌

四率 句 丁戌 丁戌

合之

甲辛 相乘
壬辛 相乘
乙辛 相乘
甲戌 相乘
乙戌 相乘
丁戌 自乘

乙辛
甲戌

連乘

一率甲辛除之得
四率丁戌自乘積

三邊求角。又法。先求中心至邊之垂綫。而後求角。法以三邊相併為邊總。半之為半總。以三邊各減之。得三較。三較連乘。半總除之。為垂綫。自乘積。開平方。得垂綫。此分三角形為六句股形。而合兩次比例為一次比例也。如甲乙丙三角形。自中心丁至每角作丁甲丁乙丁丙三綫。勻分一角為二角。又自中心丁至每邊作丁戊丁庚丁己三垂綫。分每邊為大小段。而皆與垂綫成直角。則為六句股形。兩兩相等。三垂綫皆為其句相等也。甲戊與甲

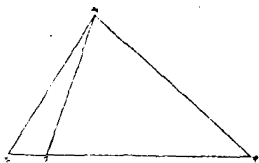
己等乙戊與乙庚等丙庚與丙己等皆為垂綫
句之股合六股為邊總半總為三股如甲戊戊
乙丙庚引甲乙至辛使乙辛與丙庚等則甲辛
即半總以三邊減之甲戊為丙乙邊即戊之較
戊乙為甲丙邊即甲戊及乙辛之較乙辛即丙庚為甲乙
邊之較半總即三較共數也試引甲丁綫至壬
與丁戊平行作壬辛綫又作乙壬綫則甲辛壬
為直角丁乙壬亦直角壬辛甲與丁戊甲為同
式句股乙辛壬與丁戊乙為同式句股以甲辛
股比壬辛句同於甲戊股比丁戊句為第一次

比例也。以壬辛股比乙辛句，同於乙戊股比丁戊句，為第二次比例也。合而用之，兩一率甲辛壬辛相乘為一率，兩二率壬辛乙辛相乘為二率，兩三率甲戊乙戊相乘為三率，兩四率丁戊丁戊相乘即自乘為四率。是為面與面比也。而一二率內壬辛數同，則省之。徑以甲辛為一率，乙辛為二率，甲戊乙戊相乘為三率，則得四率。丁戊自乘積也。兩三率既以甲戊較乙戊較相乘，又以二率乙辛較乘之，是三較連乘也。一率甲辛半總除之，所得四率為丁戊垂綫自乘積。

故開平方得垂綫也。既得垂綫，則任求一角，以其對邊與半總之較為一率，垂綫為二率，半徑為三率，得四率為所求角之半角正切。蓋角之對邊與半總之較，即其角旁為垂綫所截之股。如求丙角，則其對邊甲乙與半總甲辛之較為乙辛，乙辛即丙庚也。丙庚股若半徑，丁庚句即垂綫。若半角之正切，故以對邊之較丙庚比半徑，同於垂綫丁庚之比。正切檢表得度為丙半角。丁丙庚角度倍之，得丙角。如法再求一角，既得二角，則相併以減半周，餘即又一角。若知三

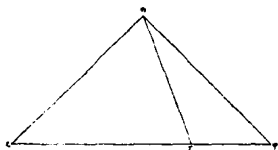
角度而不知三邊數則無實數可據其形可大可小不可求也

邊較求角圖一



甲乙丙三角形。知甲角。乙丙邊。甲乙甲丙兩邊較乙丁。求乙角丙角。則依甲丙邊截甲乙邊於丁。作丙丁綫。成乙丁丙鈍角形。以甲角減半周餘半之。為丁鈍角之外角。乃求丙分角。以對所知乙丙邊為一率。對所求乙丁邊較為二率。所知丁鈍角正弦為三率。得四率。為丙分角正弦。檢表得度。以加丁外角。為丙角。若以減丁外角餘乙角。

邊較求角圖二

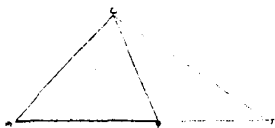


如知甲角甲丙邊甲乙丙乙兩邊較甲丁求乙
角丙角則依丙乙邊截甲乙邊於丁作丙丁綫
成甲丁丙鈍角形此形所知甲角在所知甲丙
甲丁兩邊之間也用切綫分外角法以甲丙甲
丁兩邊和為一率甲丙甲丁兩邊較為二率甲
角半外角之正切為三率得四率為半較角正
切檢表得度以減半外角餘為丙分角倍之以
加甲角即丙角

乙丙丁角乙丁丙角皆為甲丙
二角相和折半之度丙分角其

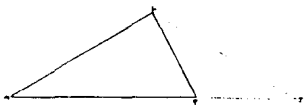
半較也故
倍而加之併甲丙二角以減半周餘乙角

邊和求角圖一



甲乙丙三角形。知甲角。乙丙邊。甲乙甲丙兩邊和。求丙角乙角。則引甲丙邊至丁。使甲丁與乙甲等。丙丁即兩邊和。作乙丁綫。成丁乙丙三角形。甲角為丁甲乙鈍角之外角。半之即丁角。求丙乙丁角。以對所知乙兩邊為一率。對所求兩邊和丙丁為二率。所知丁角正弦為三率。得四率。為丙乙丁角正弦。檢表得度。內減半甲角。即丁角之甲餘。即乙角。併甲乙二角減半周餘。即丙角。

邊和求角圖二



如知丙角丙乙邊甲丙甲乙兩邊和。求甲角乙角。則引丙甲邊至丁。使甲丁與甲乙等。丙丁即兩邊和。作乙丁綫。成丁丙乙三角形。此形所知丙角在所知乙丙丙丁兩邊之間。用切綫分外角法。以乙丙丙丁兩邊和為一率。兩邊較為二率。丙角半外角之正切為三率。得四率為半較角正切。檢表得度。以減半外角餘為丁角。倍之即甲角。併甲丙二角減半周餘即乙角。