

割圓密率捷法

割圓密率捷法序

欽天監監正明靜庵先生自童年親受數學於

聖祖仁皇帝至老不倦病革時以遺稿一帙囑其季子景臻命

際新

續而成之曰此割圓密率捷法也內圓徑求周弧背求弦

求矢三法本泰西杜氏德美所著實古今所未有也亟欲公諸

同志惜僅有其法而未詳其義恐人有金針不度之疑予積解

有年未能卒業汝與同學者務續而成之則予志也 先生沒

際新

尋緒推究質以平日所聞面授之言遇有疑義則與 先

生之季子景臻及門人張良亭相與討論而良亭景臻亦時同
推步校錄越數年甲午始克成書嗚呼先生往矣弟子所繼
續者既以未得正於先生爲歉而又以先生未得親見是
書之成爲痛也先生之爲是解也殆發其自得之義不期而
與作者相遇耳非因其法而得其義者所可比也故卽謂爲
先生之遺法也可然先生之心惟期千古之疑釋於天下後
世而已矣至於法之立於人立於己皆所弗計也乾隆甲午孟
夏受業陳際新謹序

割圖密率捷法序

昔元家藏鈔本割圖捷法一帙不知爲何人之書故疇人傳未載今致仕歸揚州讀天長岑氏紹周所校刻割圖密率捷法四卷及甘泉羅氏茗香跋始知是書爲滿洲明靜庵先生撰于乾隆之時蓋自八綫表成推算有成數而未發其理墨守者誰復推其所以然此書則以己意悟明其法任求何遜之數不過幾次乘除一二時即可得之眞步天捷法也羅氏又欲補撰疇人傳敘述宋元以來精心求大圖而實事求是之人於秦李朱趙

及

本朝明陳諸公接補爲傳使四元諸法學者得而習之不其偉歟夫大西洋人來於明末乘諸古法失傳之時所以有功於天學迨及末流多習天主邪教惑誘爲害所以

命其回國若使今之人益明古法不但有所接續且使西法不得擅爲秘術庶幾中土之書明明布列步天之士藹藹周行是所望也

道光二十年正月節性齋老人阮元序

割圓古法也圓不割則無由知圓之周自魏劉徽注九章算術以勾股術用圓內六邊形起算從其六觚之環卽爲徑一周三之古率由是而弧矢之術生焉元趙友欽革象新書用圓內四邊形起算由是而西人之六宗三要二簡法生焉元郭邢臺授時草立天元一求弧矢猶仍古率徑一周三不知周三者舉成數約而言之也九章少廣注載漢張衡率圓周冪五方周冪八此與宋秦九韶數學九章環田三積術謂以徑冪進位爲實開方爲圓周率同又九章方田注載劉歆率徑一千二百五十周

三千九百二十七

注載王莽銅斛云云未詳誰氏之率茲據隋志定此爲歆率

劉徽率徑五

十周一百五十七吳王蕃率徑四十五周一百四十二迨劉宋南徐州從事祖沖之更開密率以圓徑一億爲一丈圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈朒之間於是定徑一百一十三周三百五十五爲密率又定徑七周二十二爲約率後世因之斯爲最密外此如明陳蓋謨太極率徑一周三一五二五邢雲路率徑一周三一二六又三才奇率徑一周三一二二三

二。三四

邢氏二率前率見疇人傳後三才奇率見古今律祿考

方以智通雅載徑十七

周五十二康熙朝袁士龍智術與顧長發率同爲徑一周三一二五或失之少或失之多皆不逮祖氏率厥後西士亞奇默德作圖書三題其第二題定周三倍徑又七十之十則臚周三倍徑又七十一之十則盈以數考之臚率卽祖氏之約率約率本大於密率而盈率更小於密率八千二十三分之六唯利瑪竇等用內容外切諸術屢求勾股割之又割內外相課定爲徑一周三一四一五九二六五三五八九七九三二三三八四以之立

表求八線理密數繁然入算必資乎表曩讀梅文穆公赤水遺
珍載杜氏德美有不須開方祇立乘除之數求周徑密率及正
弦正矢捷法特未詳立法之根學者恒苦莫挾其旨監正明靜
庵先生既其弟子陳舜五先生因杜氏圖徑求周及弧求弦矢
三術推廣引伸更補成弦矢求弧六術使環轉相生術無贅義
詳加圖解著爲是書聞爲某氏所秘未經刊布汪孝嬰廣文初
甚詆斥杜術爲巧合繼見是書始翻然改悔見衡齋算學第三
冊洎第六冊中陽湖董孝廉亦因未見是書用梁積釋連比例

爲割圓圖解載在方立遺書建功竊以爲方今算學昌明凡天元四元以及大衍求一諸術皆次第復彰於世何可使是書復湮閒與吾友羅子茗香述及此事茗香以舊鈔本見示據云係從戴大寇簡恪公家藏原本影鈔因亟假錄其副算校付梓以公同好伏思是書于割圓之理推闡無遺尤可舍表徑求八線朱小梁觀察曾據術求得四十位周徑率爲徑一周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三一八六三六七四七二二七九五一四

小餘七一
五一九

與割圓本法所求者

合蓋推其原先設十百千萬諸分弧如本法乘除之以求合於
弦之二十四分八十分百六十八分矢之十二分三十分五十
六分諸數俾弧矢奇耦率可互通向之莫挾其旨者一旦豁然
是誠術之至精且捷者也其謄寫魯魚算式舛錯悉爲校正閒
有隱晦難於布算亦各加案詳釋刻既竣爲述其緣起如此時
道光己亥孟秋旣望天長岑建功紹周氏識

割圓密率捷法目錄

卷一

步法

圓徑求周

弧背求正弦

弧背求正矢

弧背求通弦

弧背求矢

通弦求弧背

正弦求弧背

正矢求弧背

矢求弧背

餘弧求正弦正矢

餘矢餘弦求本弧

借弧背求正弦餘弦

借正弦餘弦求弧背

卷二

用法

角度求八線 二題

直線三角形邊角相求 二題

弧線三角形邊角相求 三題

卷三

法解上

分弧通弦率數求全弧通弦率數法解 共八題

弧背求通弦法解

通弦求弧背法解

弧背正弦相求法解

卷四

法解下

分弧正矢率數求全弧正矢率數法解

共八題

弧背求正矢法解

正矢求弧背法解

弧矢相求法解

弧矢弦正餘互用法解

借弧背求正弦餘弦法解

借正弦餘弦求弧背法解

割圓密率捷法卷一

步法

圓徑求周

法置通徑三因之爲第一條次置第一條四除之又二除之又

三除之

或三數連乘得二十四
爲法除之亦可後仿此

得數爲第二條次置第二條九

因之四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條

二十五乘之四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置

第四條四十九乘之四除之又八除之又九除之得數爲第五

條次置第五條八十一乘之四除之又十除之又十一除之得
數爲第六條次置第六條一百二十一乘之四除之又十二除
之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之
四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條次置第八條
二百二十五乘之四除之又十六除之又十七除之得數爲第
九條次置第九條二百八十九乘之四除之又十八除之又十
九除之得數爲第十條次置第十條以三百六十一乘之四除
之又二十除之又二十一除之得數爲第十一條併十一條之

數得總數卽圓周

按此卽後通弦求弧背法也三因通徑卽圓內容六等邊之
周數也圓內容六等邊每邊與半徑等故省比例乘除之數
其四除各次所通用也初次加二除三除二次加四除五除
皆依次遞加一數以爲法也初次用九乘二次用二十五乘
皆依次遞加二數自乘以爲法也

三自乘爲九三加二得五
五自乘爲二十五下仿此

此以通徑數至億者爲例故遞求至十一條遇通徑數小者
次數可省若依各數遞加爲法求至無窮皆能得其密數也

弧背求正弦

法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又五除之得數爲第三條應加書於第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三相併第二條

第四條相併兩總數相減得數卽正弦

按此以連比例遞求四六八率以加減二率也四率用二除
三除六率用四除五除皆依次遞加一數以爲法也四率爲
減六率爲加八率又爲減相間以爲消息也數小者尙可省
數大者依次求之

建功案此加減乃西法通例也若援古開
方例以正負別加減于二四六八等應減
之條爲負數用斜畫作誌似較
另書之例甚便且無混淆之慮

弧背求正矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比

例第三率二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽正矢

按此以連比例遞求五七九率以加減三率也三率用二除

五率用三除四除亦依次遞加一數以爲法也加減亦相間爲消息也其法大概與求正弦同

弧背求通弦

法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條應加書于第

一
一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數四
除之又六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之
下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數
卽通弦

按此法與求正弦法同但通加一四除耳若四除第三率爲
常用之數則每次之四除可省通弦求弧背同此

弧背求矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比

例第三率四除之又二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽矢

按此法與弧背求正矢同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省矢求弧背亦同

通弦求弧背

法以通弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率通弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條次置第二條九乘之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二

十五乘之又以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率數四除之又八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之又以三率乘之一率除之得第十二率數四除之又十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之一率除之得第十四率數四除之又十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得

第十六率數四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數卽弧背

按此卽前圍徑求周所用之法也若二率與一率等則比例可省諸法不論求弧線求直線但視第幾條得數首位已在單位下便可住若首位尙在單位前者須依次再推方密

正弦求弧背

法以正弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率正弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之

一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條次置
第二條九因之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之
又五除之得數爲第三條次置第三條二十五乘之又以三率
乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條
次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率
數八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之
又以三率乘之一率除之得第十二率數十除之又十一除之
得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之

第一率除之得第十四率數十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得第十六率數十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數卽弧背

按此法與通弦求弧背法同但通省一四除耳

正矢求弧背

法倍正矢爲第一條次以半徑爲連比例第一率倍正矢爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數三除之又四除

之得數爲第二條次置第二條四因之又以三率乘之一率除
之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條次置第三條
九因之又以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除
之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率
除之得第十一率數九除之又十除之得數爲第五條次置第
五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數十
一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十六乘之
又以三率乘之一率除之得第十五率數十三除之又十四除

之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十七率數十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與通弦正弦求弧背之理同惟多一開平方耳除法始于三四乘法遞加一數以自乘用數小異焉

矢求弧背

法置矢八乘之

卽四乘又二乘

得數爲第一條次以半徑爲連比例第

一率第一條爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條次置第二條四乘之又以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九乘之又以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數四除之又九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數四除

之又十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十
六乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數四除之又十
三除之又十四除之得數爲第七條次置第七條四十九乘之
又以三率乘之一率除之得第十七率數四除之又十五除之
又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三
率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧
背

按此法與正矢求弧背同但第一條加一四因餘加一四除

耳以上九法皆至精至密任有圓線求直線有直線求圓線雖推至無窮靡不合也但遇設數大者推算次數較多故增

後法

餘弧求正弦正矢

視所設之弧過四十五度者與象限弧相減得餘弧次用餘弧按弧背求正矢正弦法求得餘弧正矢爲本弧餘矢與半徑相減卽得本弧正弦求得餘弧正弦爲本弧餘弦與半徑相減卽得本弧正矢

餘矢餘弦求本弧

視所設正弦正矢數大于四十五度者與半徑相減得餘矢餘弦次用餘矢餘弦按正矢正弦求弧背法求得弧背爲餘弧與象限弧相減卽得本弧

以上二法施之弧背求正弦正矢已爲省便施之正矢正弦求弧背尙有不能省便者故又設後法

借弧求正弦餘弦

餘弦卽半徑正矢之較三角形用正矢甚少故借弧求餘弦

視設弧過三十度至六十度內者借四十五度之弧背與所設

弧背相減得較弧背按前法求得較弧之正弦正矢次以半徑

爲一率借弧之弦線

正弦餘弦數同

爲二率較弧之正弦正矢相加減

設弧小于借弧求正弦則加求餘弦則減
設弧大于借弧求正弦則減求餘弦則加

爲三率求得四率爲

弦較與借弧弦線相加減

設弧小于借弧求正弦則減求餘弦則加
設弧大于借弧求正弦則加求

餘弦得數爲設弧正弦餘弦

借正弦餘弦求弧背

有正弦求弧背視正弦在十分半徑之三之內者用本法求之
過十分半徑之九者用餘矢求本弧法求之若過十分半徑之

三至十分半徑之六者借三十度之正弦餘弦用之若過十分半徑之六至十分半徑之八者借四十五度之正弦餘弦用之若過十分半徑之八至十分半徑之九者借六十度之正弦餘弦用之法先求得本弧餘弦然後以本弧正弦與借弧正弦相減得正弦較爲股以本弧餘弦與借弧餘弦相減得餘弦較爲勾求得弦爲較弧通弦次按前通弦求弧背法求得弧背爲較弧與借弧相加減

本弧正弦大于借弧正弦爲加小于借弧正弦爲減

即得本弧有餘弦

求弧背以餘弦爲餘弧正弦如前求得弧背爲本弧之餘弦與

象限弧相減卽得本弧

割圖密率捷法卷一終

割圓密率捷法卷二

用法

今之法所以密於古者以其能用三角形也然三角形非八線表不能相求若一時不得其表雖精于其法者亦無從措手惟用此法以之立表則甚易以之推三角形則不用表而得數與用表者同其用可謂溥矣爰著法數條如左

角度求八線

設圓半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之正弦幾何

法以周天度化爲一百二十九萬六

一率周天秒

一二九六〇〇〇

千秒爲一率倍圓周定率

通徑設爲二千萬倍

二率倍圓周定率

六三八三二八五三

于定率故圓周定率亦倍之

得六千二百八十三

三率角度化秒

一五六一一〇

萬一千八百五十三爲二率設度化

四率弧背

七五六八四二六三

爲一十五萬六千一百一十秒爲三

率乘除得四率七百五十六萬八千

四百二十六

小餘三帶小餘一位單位數方密後仿此

爲弧背

角度爲旋轉一周之虛數弧背爲半徑上

圓周之曲線

爲第一條書右次以半徑一千萬爲連比例第一率第

右

七五六一四二六三條一第

二〇六九四〇條三第

二二條五第

七五八九一二二五

左

七二二五四五八條二第

二八二一〇條四第

七二二八二七八

七五八九一二二五

七二二八二七八

六八六六二九四七

一條

即弧背

爲連比例第二率乘除得

連比例第三率五百七十二萬八千

一百零七爲比例常用之數次置第

一條以三率乘之一率除之得四率

數六除之

與二除之又三除之同

得七十二萬

二千五百四十五

八

爲第二條書左

次置第二條以三率乘之一率除之

得六率數二十除之

與四除之又五除之同餘仿此

得二萬零六百九十四爲

第三條書右次置第三條以三率乘之一率除之得八率數四

十二除之得二百八十二爲第四條書左

每次得數降二位第四條數尙有三位須

求第五條數

次置第四條以三率乘之一率除之得十率數七十二

除之得二二爲第五條書右

第五條數止一位第六條數必在小餘下故可省求

次併右

三條得總數七百五十八萬九千一百二十二併左二條得

總數七十二萬二千八百二十七

八

置右總數減左總數得六

百八十六萬六千二百九十五

小餘七進爲一在舊法當一減一加累求之今以應加者書右

應減者書左只用加一次較爲省便

卽四十三度二十一分五十秒之正弦

線也

一率 周天秒 一二九六〇〇〇

二率 倍圓周定率六二八三八五三

三率 較度化秒 五八九〇

四率 較弧背 二八五五五二

右

二八五五五二條一第
三八八
二八五五六一六四正弧較

四〇七七一〇條一第
〇二
四〇七六八八正弧較

左

三八八條二第

〇二條二第

又法借四十五度與所設弧度相減

餘一度三十八分十秒為較度化秒

比例得較弧背二八五五五二先

求正弦以弧背為第一條書右次以

半徑為連比例第一率第一條為連

比例第二率求得連比例第三率八

一五四為比例常用之數次置第一

一率 半徑

一〇〇〇〇〇〇

二率 借弧正弦

十〇七一〇六八

三率 較弧正弦正矢和

二八九五九三二

四率 正弦較

二〇四七七三

六八三
一〇七七
二〇四七
七〇七〇
六八六六
二九五五

條以三率乘之一率除之得四率數

六除之得三八

八

爲第二條書左

第二

條得數僅二位而比第一條數降四位則第三條數必降至奇零下卽無

庸求左右二條相減得二八五五一六

四

爲較弧正弦次求正矢置前所得

第三率之數二除之得四。七七爲第一條書右次置第一條

以三率乘之一率除之得五率數十二除之得小餘二爲第二

條書左左右二條相減得四。七六

八

爲較弧正矢次以半徑

一〇〇〇〇〇〇〇爲一率四十五度正弦七〇七一〇六八
爲二率較弧正弦正矢相加設弧小于借弧故加得二八九五九三二爲
三率乘除得四率二〇四七七三爲正弦較與四十五度正弦
七〇七一〇六八相減餘六八六六二九五爲設弧正弦與前
得數相同

設圓半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之餘弦幾何
法用周天秒及圓周定率比例得弧背法數俱見前題次以圓半徑爲

連比例第一率弧背爲連比例第二率求得第三率數見前二除

右

二八六四〇五三五條一第
 二六一〇三條三第
 一〇條五第
 二八六六六六四〇

左

一三六七一二三條二第
 二六七條四第
 一三六七四〇〇

二八六六六六四
 一三六七四〇
 二七二九九二四矢正
 一〇〇〇〇〇〇〇
 七二七〇〇七六弦餘

之得二八六四〇五三^五為第一條書

右次置第一條以三率乘之一率除之

得五率數十二除之得一三六七一三

三為第二條書左次置第二條以三率

乘之一率除之得七率數三十除之得

二六一〇^三為第三條書右次置第三

條以三率乘之一率除之得九率數五十六除之得二六^七為

第四條書左次置第四條以三率乘之一率除之得十一率數

九十除之得小餘一爲第五條書右次併右三條得總數二八六六六四併左二條得總數一三六七四。置右總數減左總數得二七二九九二四爲四十三度二十一分五十秒之正矢與半徑相減得七二七。七六卽所求之餘弦也

一率半徑 一〇〇〇〇〇〇〇
 二率借弧餘弦 七〇七二〇六八
 三率較弧正弦正矢較 二八一四三九六
 四率餘弦較 一九九〇〇七八

八七五八
 六〇〇七
 一〇〇〇
 七九七
 七二七

又法借四十五度與所設度相減得較弧度分秒比例得較弧弧背求得正弦及正矢數俱見前題乃以半徑爲一率四十五度餘弦七。七一。六八

爲二率較弧正弦正矢相減得二八一四三九^六爲三率乘除

得四率一九九〇〇七^八與四十五度餘弦相加得七二七〇

。七六卽設弧餘弦與前得數同

設圓半徑一千萬求四十六度三十八分十秒之正弦幾何

法以所設弧度分秒與象限九十度相減餘四十三度二十一

分五十秒爲餘弧以餘弧求得正矢

法數俱見前題與半徑較減得七

二七〇〇七六卽設弧之正弦也

又法借四十五度與所設度相減餘一度三十八分十秒爲較

弧以較弦求得正弦正矢次以半徑爲一率四十五度正弦爲二率較弧正弦正矢相減餘爲三率求得四率爲正弦較與四十五度正弦相加得七二七。七六卽設弧之正弦也

法數俱與

前題求餘弦同

設圓半徑一千萬求四十六度三十八分十秒之餘弦幾何

法以所設度分秒與象限九十度相減餘四十三度二十一分五十秒爲餘弧以餘弧求得正弦六八六二九五卽設弧之

餘弦也

法數俱見前題

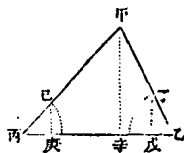
又法求得設弧與四十五度較弧之正弦正矢次以半徑爲一
率四十五度餘弦爲二率較弧正弦正矢相加爲三率乘除得
四率與四十五度餘弦相減得六八六二九五卽設弧之餘
弦也

法數俱與前
題求正弦同

直線三角形邊角相求

設甲乙丙直線三角形甲乙邊一丈八尺七寸三分甲角七十
四度乙角六十二度求餘二邊一角各幾何

如圖甲乙丙形有甲乙邊及甲乙二角求餘二邊一角先併二



一率 同天度

三六〇

二車倍數列車

六二八三八

三
丙

二、四、八

四
五
西
角
孤
荷

七六七九四五

角與半周相減得丙角四十四度次

以園周度與倍園周率比例得乙角

餘弧背四八六九
丙角弧背七

六七九四^五 命半徑爲十萬求得乙

餘角正矢一一七。五與半徑相減

餘八八二九五爲乙角正弦

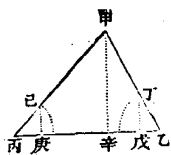
丙角正弦庚己六九四六五八次以半

徑_丁乙爲一率乙角正弦_戊丁爲一率甲

求得勾一丈七尺一寸二分五釐二毫爲大分底丙併二分底
 得二丈五尺九寸一分八釐四毫爲乙丙邊

設甲乙丙直線三角形甲丙邊二丈三尺八寸零六釐八毫乙
 丙邊二丈五尺九寸一分八釐四毫丙角四十四度求餘二

角一邊各幾何



法先比例得丙角弧背

見前題

求得正

矢二八。六六與半徑相減得七一

九三四爲丙角餘弦

丙庚

次以半徑

丙己

右

左

第一條 二九四八七〇
第三條 二八四〇
二九五一五四

第二條 二九五一五四
第四條 二八四〇
一四四九一四

二九五一五四
一四四九一四

二八〇六六〇 矢正角丙
一〇〇〇〇〇 弦餘角丙
七一九三四

一率 半徑
二率 丙角餘弦
三率 甲丙
四率 丙辛
一率 甲乙
二率 乙辛
三率 乙半徑
四率 乙角餘弦

爲一率丙角餘弦

丙庚

爲二率甲丙邊

爲三率求得四率一丈七尺一寸二

分五釐二毫爲大分底

丙辛

與乙丙邊

相減餘八尺七寸九分三釐二毫爲

小分底

乙辛

次以甲丙邊自乘大分底

丙辛小分底

乙辛

和較相乘二積相減餘

數開平方得一丈八尺七寸三分爲

甲乙邊

兩分底和較相乘之積與兩腰和較相乘之積等亦卽與

第一條 第二條 第三條 第四條 第五條 第六條
 一七二四 一七二四 一七二四 一七二四 一七二四 一七二四
 四六九四 四六九四 四六九四 四六九四 四六九四 四六九四
 四八八六 四八八六 四八八六 四八八六 四八八六 四八八六

兩腰方相較之積等故大腰自乘之積內減分底和較相乘之積餘即小腰自乘之積也

次以甲乙邊爲一率小分底乙爲二率半徑乙爲三率求得四率

四六九四七一爲乙角餘弦乙次按以乙角餘弦爲乙餘角正

弦用正弦求弧背法求得弧背四八八六八以一度之弧背

數一七四五三三除之餘得二十八度爲乙餘角度與九十度

相減得六十二度即乙角度次併乙丙二角與半周相減得七

十二度爲甲角度

一率 周天分

二率 倍圓周率

三率 大距分

四率 大距弧背

一率 周天度

二率 倍圓周率

三率 黃道度

四率 黃道弧背

距春分赤道度乙丙爲距緯乙辛爲

黃道正弦乙壬爲距緯正弦自壬至

辛聯辛壬線成乙辛壬勾股形與丁

己庚勾股形爲同式形丙癸爲赤道

正弦丙己癸與壬己辛亦爲同式勾

股形法先比例得大距弧背丁四〇

九八六一四八黃道弧背甲六九八

一三二七求得大距正弦丁三九八

右

左

一率半徑
二率大距正弦
三率黃道正弦
四率距緯正弦

第一條 四〇九八六四一八
第三條 九六三三六
四〇九九五七八六
第二條 四〇九九五七八六
第四條 一一四七五五七
五〇九八四八二二九 正距大

第一條 六九八一三一七
第三條 一三八一九
第五條 六九九五一三七
第二條 五十六十一〇一
第四條 一六〇三
五十六七二六八
六九九五七
五七二六八
六四二七八七 正距黃

四八二三黃道正弦 乙 六四二七八

七六次以半徑 己 爲一率大距正弦

丁爲二率黃道正弦 乙 爲三率求得

四率二五六一三九五爲距緯正弦

乙次按正弦求弧背法求得二五九

〇二六二 九 爲距緯弧背以一秒之

弧背四八 四八一 除之得五三四二

八爲距緯秒數遞以六十進之得十

第一條 第二條 第三條 第四條 第五條
 一 二 三 四 五
 八 七 六 五 四
 三 二 一
 九 八 七 六 五 四 三 二 一
 一 二 三 四 五 六 七 八 九
 二 五 九 〇 二 六 二 九

一率 距緯餘弦
 二率 壬辛線
 三率 半徑
 四率 赤道正弦

四度五十分二十八秒卽太陽距赤

道北之緯度次以半徑_乙爲弦距緯

正弦_乙爲股求得勾九六六六三九

八爲距緯餘弦_己又以黃道正弦_乙

爲弦距緯正弦_乙爲股求得勾五八

九五四九三六爲壬辛線次以距緯

餘弦_己爲一率壬辛線爲二率半徑

_丙爲三率求得四率六〇九八九五

七 六 〇 〇 九 七	七 九 七 一 一	一 〇 九 一 一	六 五 一 一	七 五 一 一	八 九 九	較 弦 正
七 七 〇 八	九 〇 七 五	四 〇 三	八 〇 七	一 六 七	七 八 九	較 弦 餘
一 二 九	三 七 九	八 〇 二	九 二 一	三 三 六	一 二 三	第 三 第 三 第 三
一 二 九	四 六 九	三 二	二	二	二	較 弦 餘

五 九 爲赤道正弦

丙癸或以半徑距緯正弦和較相乘

爲一率黃道正弦距緯正弦和較相乘爲二率半徑自乘爲三率求得四率爲赤道正弦自乘方 次用借弦求開平方得赤道正弦

弧背法以赤道正弦與四十五度正

弦相減餘九七一 一 一 一 九 爲股求

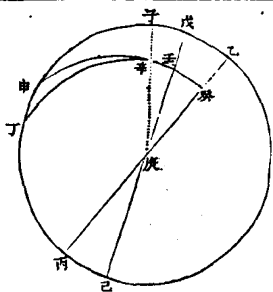
得赤道餘弦已 七 九 二 四 八 一 七 七

與四十五度餘弦相減餘八五三七

四 九 九 爲勾求得弦一二九三七八

九三爲較弧通弦用通弦求弧背法求得一二九四六九三
爲較弧背以一秒之弧背數除之得數以六十遞進之得七度
二十五分零五秒爲較弧度與四十五度相減得三十七度三
十四分五十五秒爲距分赤道度加春分距冬至九十度滿三
十度進一宮爲酉宮零七度五十四分五十五秒卽太陽赤道
同升也

設金星黃道經度午宮十度五十五分緯北六度四十四分黃
赤大距二十三度二十九分問赤道經緯度各幾何



如圖甲爲赤極乙丙爲赤道丁爲黃極戊己爲黃道己爲冬至戊爲夏至庚爲秋分辛爲金星成甲丁辛斜弧三角形甲丁爲二極相距丁辛爲星距黃極甲辛爲星距赤極丁角爲星距夏至黃道經度當丙

距夏至黃道經度當戊壬弧甲角爲星距冬至赤道經度當丙

癸弧此形有甲丁丁辛二邊及丁角求甲辛邊及甲角自秋分

庚點星辛點作庚子象限弧辛子爲形外垂弧用丁辛子甲辛

左

七九七二條二第

右

六六〇五三三七條一第

〇三條三第

六六〇五三四〇

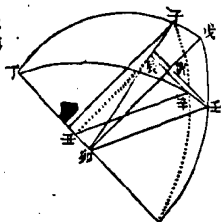
六九〇五三〇〇

七九七二

六八九七三六八

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

九九三一〇二六三二 弦正弧辛丁



子二正弧三角形算之先用丁辛子

形如第二圖比例得丁辛星距黃極

之餘弧背

即辛壬星距黃道北緯度之弧背

一一七

五一八八三 求得正矢六八九七

四與半徑相減得九九三一〇二六

爲丁辛星距黃極之正弦

又比例

丑

得丁角星距夏至黃道弧背七一四

一三〇五

五

求得正弦

寅

六五四九

右

左

四率	三率	二率	一率	四率	三率	二率	一率	六	六	九	八	九	九	條二第	七	一	四	一	三	〇	五	五	條一第
子巳	子卯	丑辰	卯辰	辛子	丁子	丁角	半徑	六	七	一	七	七	八	條四第	一	五	四	七	五	一	三	條三第	
				正弦	正弦	正弦	正弦								七	一	五	六	七	八	二	五	

$\frac{715678}{607177}$ $\frac{58}{47}$
 七五六一八二五
 六〇七一一七
 六五四九六〇四七
 弦正角丁

六。五次以半徑卯為一率丁角正

弦壬寅為二率丁辛正弦丑為三率求

得四率六五。四四三。為垂弧正

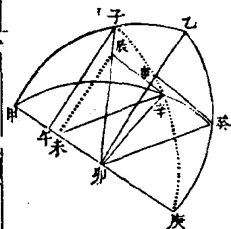
弦辛辰次用辛丑辰勾股形有辛丑弦

辛辰股求得丑辰勾七五。四五

。次以垂弧餘弦卯辰為一率丑辰為

二率半徑子卯為三率求得四率九八

八。一三九為垂弧距黃極子丁之正



$\begin{array}{r} \text{一〇〇〇〇〇〇〇} \\ \text{九八八〇一三九} \\ \hline \text{〇〇一一九八六一矢餘} \end{array}$

$\begin{array}{r} \text{二三九七二二〇} \\ \text{四七八九條一第} \\ \hline \text{一五條二第} \\ \hline \text{二四〇二〇二條三第} \end{array}$

一五四九八四六背弧距率二

弦子次以垂弧距黃極之正弦與半

徑相減餘一一九八六一爲餘矢按

正矢求弧背法求得弧背一五四九

八四六以一秒之弧背除之得三一

九六八滿六十遞進之得八度五十

二分四十八秒爲餘弧與九十度相

減得八十一度零七分一十二秒爲

垂弧距黃極丁與二極相距度丁甲相

右

第一條 一五九五二五九〇
第三條 四五一一
一五九五七一〇一

左

第二條 四二四一四二
第四條 二六
四二四一六八

一五九五七一〇一
四二四一六八

一五五三二九三三 矢正弧餘

一〇〇〇〇〇〇〇
八四四六七〇六七 弦正弧子甲

一率 半徑卯

二率 垂弧距赤極正弦午

三率 垂弧餘弦卯

四率 辰未線

減得五十七度三十八分一十二秒

爲垂弧距赤極甲子如第三圖以甲子

之餘度三十二度二十一分四十八

秒比例得弧背五六四八四六七二

求得正矢一五五三二九三三與半

徑相減得八四四六七〇六七爲垂

弧距赤極之正弦子午次以半徑子卯爲

一率垂弧距赤極正弦子午爲二率垂

星	距	赤	極	矢	餘	六	四	八	三	六
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一
一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇	一一

二率即背弧一七八七〇四

一率 星距赤極正弦
二率 垂弧正弦
三率 半徑
四率 星距至赤道正弦

弧餘弦卯辰為三率求得四率六四一

五七三九為辰未線次以辰未為勾

辛辰為股求得辛未弦九一三六一

五四為星距赤極正弦以正弦與半

徑相減餘八六三八四六為星距赤

極餘矢按正矢求弧背法求得弧背

四一八七。七。以一秒之弧背除

之得八六三六四五為秒數遞以六

六八一四一 | 六條一第
| 一條二第
六八一四一 | 七背孤較

七一一九四四〇
七〇七〇六八
〇〇四八三七二 較弦正

七〇七〇六八
七〇二三〇七四
四七九九四 較弦餘

六八一四一 | 六弦通孤較

十進之得二十三度五十九分二十

四秒半爲星距赤極餘度卽星距赤

道北緯度

辛癸

與象限九十度相減得

六十六度零三十五秒半爲星距赤

極

甲辛

次以星距赤極正弦

辛未

爲一率

垂弧正弦

辛辰

爲二率半徑

癸卯

爲三率

求得四率七一一九四四。爲星距

夏至赤道正弦

癸申

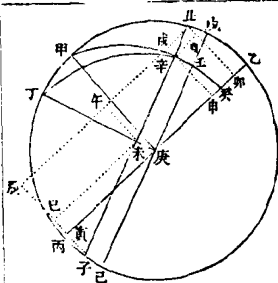
隨求得餘弦

卯申

七

。二三。七四用借弦求弧背法借四十五度之正弦餘弦減
得正弦較四八三七二餘弦較四七九九四求得較弧通弦六
八一四一六次按通弦求弧背法求得較弧背六八一四一七
以一秒之弧背除之得一四。五五爲秒數滿六十進之得二
十三分二十五秒半與借弧四十五度相加滿三十度進一宮
得一宮十五度二十三分二十五秒半爲星距夏至赤道宮度
加夏至距冬至六宮得七宮爲午宮十五度二十三分三十五
秒半卽金星赤道經度也

設金星黃道北緯度六度四十四分赤道北緯度二十三度五十九分二十四秒三十微黃赤大距二十三度二十九分問黃道經度赤道經度各幾何



如圖以星距黃極

丁辛

與二極相距

甲丁

相加得一百零六度四十五分爲總

弧甲子相減得五十九度四十七分爲

較弧甲丑比例得丙子

總弧減去象限

弧背二

九二三四二六

五

求得正弦

子寅二八

左

四一六四一三條二第
三條四第
四一六四一六

右

二九二三四二六五條一第
三一七七九條三第
二九二三六〇四四

二九二三六〇四四
四一六四一六

二八八 九六二八 弦餘弧總

二四四四六七一條二第
二二三條四第
二四四四八九六

五二七三八〇三二條一第
三三九七六條三第
五二七七二〇二八

五二七七二〇二八
二四四四八九六
五〇三二七一三二

弦餘弧較

八一九六三爲總弧餘弦比例得乙

丑^{甲丑}之餘弧背五二七三八。三二求

得正弦^{丑卯}五。三二七一三爲較弧

餘弦以兩餘弦相加得七九一四六

七六^{辰子}折半得三九五七三三八^{巳辰}

與午爲中數爲一率比例得辛癸^{辛甲}

餘之弧背四一八七。六九一求得正

弦^{辛申}四。六五七九四爲星距赤極

左

右

第一條 第二條 第三條 第四條
一一二三四二九
一一二三四七三

第一條 第二條 第三條 第四條
四一八七〇六九
四一八八一五五

四一八八一五五
一一二三四七三
四〇六五七九四

星距赤極餘弦

二八八一九六二八
五〇三二七三六
七九一四六七三
三九五七三三八

總較
餘弦
數中

五〇三二七三六
四〇六五七九四
〇九六六九一九

總較
餘弦
星距

餘弦與較弧餘弦
卯丑相減餘九六六

九一九爲矢較
戌丑酉與爲二率半徑

戊爲三率求得四率二四四三三五

七一二爲星距夏至黃道正矢
戌壬求

得弧背七一四一二八五
五以一秒

之弧背除之得一四七三〇。爲秒

數收作一宮十度五十五分爲星距

夏至黃道度加六宮得七宮爲午宮

大

宮十五度二十三分二十五秒半卽金星赤道經度也

割圓密率捷法卷二終